1. **Теорема Поста.**

Якщо множина *А* і її доповнення *А*′ рекурсивно перелічимі, то *А* і *А*′ рекурсивні.

Доведення

Розглянемо алгоритм обчислення функції *h*(*n*):

function *h*(*n*)

        begin

*i* = 0

              while |*f*(*i*) – *n*|| *f*′(*i*) – *n*| ≠ 0

              do *i* = *i* + 1

*h* = *i*

         end.

Тоді  характеристичні функції множин *А* і *А*′ обчислюються алгоритмами:

function χ*А* (*n*)

    begin

                if |*f* (*h*(*n*)) – *n*| = 0 then χ*А* = 0

else χ*А* = 1

               end.

function χ*А*′ (*n*)                       begin

                if |*f*′(*h*(*n*)) – *n*| = 0 then χ*А*′ = 0

                       else χ*А*′ = 1

               end.

де *f*,  *f*′ – ПРФ з множинами значень *А* і *А*′ відповідно.

Таким чином доповнення РП множини, яка не є рекурсивною, не може бути РП множиною.

1. **Якщо нескінченна множина А – рекурсивна, то вона є множиною значень строго зростаючої рекурсивної функції. Довести.**

Щоб довести дане твердження, розглянемо рекурсивну множину A і покажемо, що її можна подати як множину значень строго зростаючої рекурсивної функції.

Оскільки A – рекурсивна множина, то ми можемо побудувати характеристичну функцію χ*А*, де χ*А*(x) = 1, якщо x ∈ A, і χ*А*(x) = 0, якщо x ∉ A.

Розглянемо таку рекурсивну функцію:

Ця функція буде строго зростаючою, оскільки для кожного x вона представляється як сума 2i для всіх i ≤ x, де χ*А*(i) визначає, чи i ∈ A. Таким чином, кожен наступний член в сумі буде більшим за попередній, оскільки він включає додатковий доданок 2x.

Множина значень цієї функції f(x) відповідає множині A, оскільки f(x) приймає значення 2i, де i ∈ A, та нуль в інших випадках.

Отже, ми показали, що рекурсивна множина A може бути подана як множина значень строго зростаючої рекурсивної функції f(x).

1. **Показати, що множина M = {<x1, ... , xn>, ∃yf(x1, ... , xn, y) = 0} є РПМ, де f – ЧРФ.**

Часткова характеристична функція множини М обчислюється наступним алгоритмом:

function χ*M* (x1, …, xn)

begin

i := 0

while f1(i)x1 ∨ f2(i)x2 ∨… ∨ fn(i)xn ∨ fn+1(i)0

do i := i + 1

χ*M* := 0

end.

де Gf = < f1(x), f2(x), …, fn+1(x)> –графік ЧР функції f(x1, …, xn, y).